

Problema

Fui a comprar huevos y gasté 12¢. Pero como eran muy pequeños, el tendero me dio otros dos. Al recibir esos dos huevos, el costo del huevo bajó $1 \frac{\text{¢}}{\text{docena}}$.
¿Al final, cuántos huevos conseguí?

Solución

Sea n el número de huevos que recibí al principio, y sea c_v el costo (viejo) del huevo antes de recibir los dos adicionales, entonces:

$$\begin{aligned} c_v &= \frac{12\text{¢}}{n \text{ huevos}} \\ &= \frac{12}{n} \frac{\text{¢}}{\text{huevos}} \end{aligned}$$

Sea c_a el costo del huevo después de recibir los dos adicionales, entonces:

$$\begin{aligned} c_a &= \frac{12\text{¢}}{(n+2) \text{ huevos}} \\ &= \frac{12}{(n+2)} \frac{\text{¢}}{\text{huevos}} \end{aligned}$$

Sabemos que una docena de huevos son 12 huevos, entonces:

$$\begin{aligned} d_v &= \frac{12}{n} \frac{\text{¢}}{\text{huevos}} \frac{12 \text{ huevos}}{1 \text{ docena}} \\ &= \frac{144}{n} \frac{\text{¢}}{\text{docena}} \\ d_a &= \frac{12}{n+2} \frac{\text{¢}}{\text{huevos}} \frac{12 \text{ huevos}}{1 \text{ docena}} \\ &= \frac{144}{n+2} \frac{\text{¢}}{\text{docena}} \end{aligned}$$

El precio de la docena de huevo bajó un centavo por cada docena después de recibir los dos huevos.

$$\begin{aligned} d_v - d_a &= \frac{1\text{¢}}{1 \text{ docena}} \\ &= 1 \frac{\text{¢}}{\text{docena}} \end{aligned}$$

Entonces, sustituyendo los valores de d_v y d_a :

$$\frac{144}{n} \frac{\text{¢}}{\text{docena}} - \frac{144}{n+2} \frac{\text{¢}}{\text{docena}} = 1 \frac{\text{¢}}{\text{docena}}$$

Las unidades $\frac{\text{¢}}{\text{docena}}$ pueden eliminarse de los dos lados de la ecuación, de donde obtenemos:

$$\frac{144}{n} - \frac{144}{n+2} = 1$$

multiplicando por $n(n+2)$ los miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} 144(n+2) - 144n &= n(n+2) \\ 144n + 288 - 144n &= n^2 + 2n \\ 288 &= n^2 + 2n \\ n^2 + 2n - 288 &= 0 \end{aligned}$$

Esta ecuación tiene raíces: $n_1 = -18$, $n_2 = 16$. Evidentemente, la raíz negativa no tiene sentido. Tenemos entonces que $n = 16$, pero como el tendero me regaló dos huevos, entonces conseguí 18 huevos.

Como me costaron 12¢, y conseguí 18 huevos, entonces el costo por docena es:

$$\begin{aligned} \text{costo} &= \frac{12\text{¢}}{18\text{huevos}} \\ &= \frac{12\text{¢}}{18\text{huevos}} \frac{12\text{huevos}}{1\text{docena}} \\ &= \frac{144\text{¢}}{18\text{docena}} \\ &= 8 \frac{\text{¢}}{\text{docena}} \end{aligned}$$

En cambio, al principio, cuando obtuve 16 huevos, el costo por docena era de:

$$\begin{aligned} \text{costo} &= \frac{12\text{¢}}{16\text{huevos}} \\ &= \frac{12\text{¢}}{16\text{huevos}} \frac{12\text{huevos}}{1\text{docena}} \\ &= \frac{144\text{¢}}{16\text{docena}} \\ &= 9 \frac{\text{¢}}{\text{docena}} \end{aligned}$$

Es decir, el costo sí bajó un centavo por docena.